

BERECHNUNG DER SPULEN

Verteiler:

- J. Huber, API
- Prof. M. Wiederkehr, Projektleiter, FHA

Inhalt:

1. Berechnung von Spulen.....	2
1.1 Allgemeines.....	2
1.2 Füllfaktor und Stromdichte	2
1.3 Optimierung einer Spule bezüglich Verlustleistung.....	3
1.4 Optimierung einer Spule bezüglich Grösse.....	5
1.5 Optimierung einer Spule bezüglich Preis	5
1.6 Berechnung des Drahtwiderstandes	7
1.7 Schlussfolgerungen der Berechnungen	7
1.8 Vorgehensschema zur Berechnung von Spulen	8
2. Berechnung der Spulen an konkreten Beispielen	10
2.1 Magnet der Grösse (30-30)mm ²	10
2.2 Magnet der Grösse (30-20)mm ²	11
2.3 Magnet der Grösse (20-10)mm ²	12
2.4 Skizze der Wicklung.....	13

Dokumentart: Berechnung der Spulen	Verfasser: S. Wicki	Datum: 10.07.00
Version: V 1.0	Geprüft: M. Wiederkehr	Klassifizierung:
Ablage: Berechnung der Spulen.doc	Freigegeben: M. Wiederkehr	Seite: 1 / 13

1. BERECHNUNG VON SPULEN

1.1 Allgemeines

Damit in einem Magnetkreis konstanter Anordnung und Geometrie ein gewisser magnetischer Fluss vorhanden ist, muss man eine gewisse Durchflutung haben. Für alle folgenden Betrachtungen gehen wir davon aus, dass die Durchflutung durch die Simulation und Versuche bekannt ist und konstant bleibt.

$$\Theta = I \cdot n = \text{const.} \quad (1-1)$$

Es gibt also zwei Möglichkeiten, eine gewisse Durchflutung zu erreichen:

1. Eine Spule mit vielen Windungen und kleinem Strom (kleiner Drahtdurchmesser)
2. Eine Spule mit wenig Windungen und grossem Strom (grosser Drahtdurchmesser)

Die Frage stellt sich, ob man eine Spule bezüglich Verlustleistung, Grösse oder Preis optimieren kann.

1.2 Füllfaktor und Stromdichte

Wir gehen davon aus, dass Kupferdrähte mit rundem Querschnitt verwendet werden. Betrachten wir eine rechteckförmig bewickelte Spule:

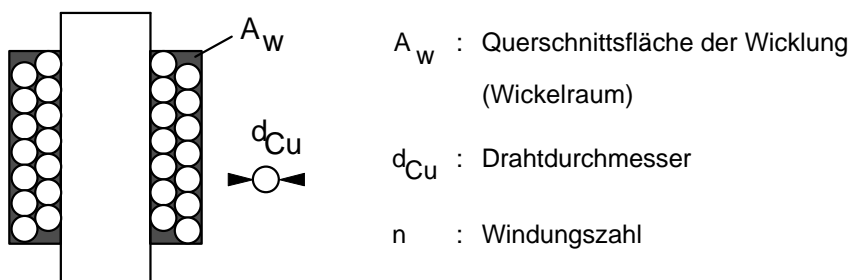


Fig. 1-1 rechteckförmig bewickelte Spule

Man definiert den Kupferfüllfaktor k_{Cu} mit:

$$k_{Cu} = \frac{n \cdot A_{Cu}}{A_w} < 1 \quad (1-2)$$

A_{Cu} : Kupferquerschnitt des Drahtes

A_w : Wickelquerschnitt

Nachfolgend ist eine Tabelle mit empirisch gefundenen Füllfaktoren für Kupfer vorhanden:

d [mm]	k_{Cu}
0,05	0,34
0,08	0,40
0,10	0,44
0,12	0,46
0,15	0,48
0,18	0,51
0,20	0,52

d [mm]	k_{Cu}
0,25	0,53
0,30	0,54
0,35	0,55
0,40	0,56
0,50	0,58
0,60	0,60
0,70	0,61

Tab. 1-1 empirisch gefundene Füllfaktoren für Kupfer

Die Stromdichte von Kupfer sollte den Wert $1...5 \text{ A/mm}^2$ nicht überschreiten, da es sonst zu zu grossen Erwärmungen kommt. Ebenfalls ist zu beachten, dass die Durchmesser mit relativ grossen Toleranzen versehen sind.

1.3 Optimierung einer Spule bezüglich Verlustleistung

Die Verlustleistung P_{Cu} berechnet sich allgemein wie folgt:

$$P_{Cu} = I^2 \cdot R_{Cu} = \underbrace{J^2 \cdot A_{Cu}^2}_{I^2} \cdot \underbrace{\frac{r_{Cu} \cdot l_{Cu}}{A_{Cu}}}_{R_{Cu}} = J^2 \cdot A_{Cu} \cdot r_{Cu} \cdot \underbrace{n \cdot l_m}_{l_{Cu}} = J \cdot \underbrace{I}_{J \cdot A_{Cu}} \cdot n \cdot r_{Cu} \cdot l_m \quad (1-3)$$

- l_m : mittlere Windungslänge der Spule
 $r_{Cu} = 1.786 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$: spez. Widerstand von Kupfer
 J : Stromdichte
 A_{cu} : Kupferquerschnitt

$$P_{Cu} = J \cdot \underbrace{\Theta}_{I \cdot n} \cdot r_{Cu} \cdot l_m \quad (1-4)$$

Nun muss nur noch die mittlere Windungslänge l_m der Spule berechnet werden:

Für die Durchflutung gilt bekanntlich folgender Zusammenhang:

$$\Theta = I \cdot n = \underbrace{J \cdot A_{Cu}}_I \cdot n = J \cdot \underbrace{k_{Cu} \cdot A_W}_{n \cdot A_{Cu}} \quad \text{resp.} \quad A_W = \frac{\Theta}{J \cdot k_{Cu}} \quad (1-5)$$

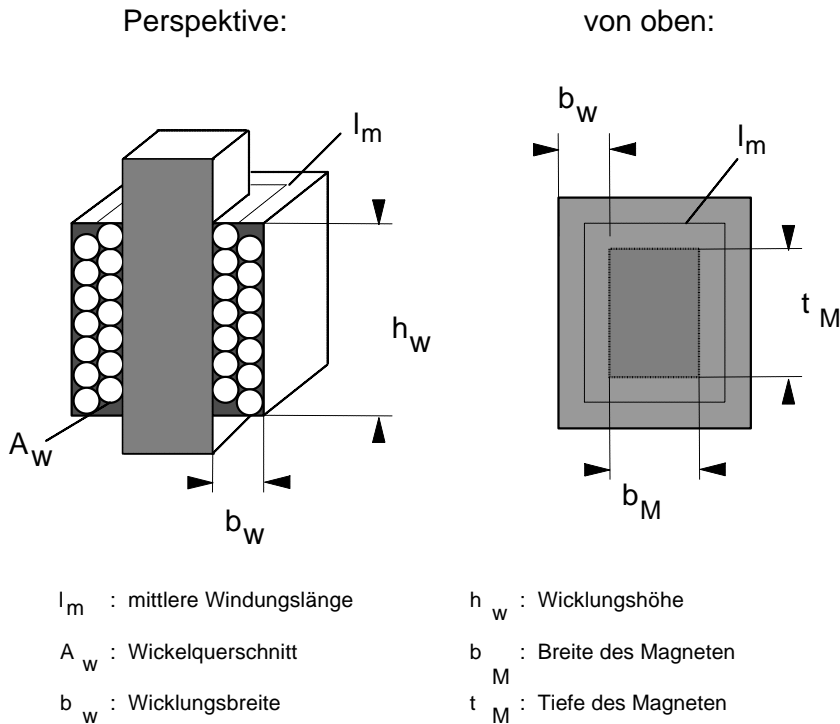


Fig. 1-2 Zeigt den Querschnitt einer Spule

Aus Fig. 1-2 kann man die mittlere Spulenlänge l_m berechnen:

$$l_m = 2 \cdot (b_M + t_M + 2 \cdot b_w) = 2 \cdot \left(b_M + t_M + 2 \cdot \frac{A_w}{h_w} \right) = 2 \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2}{h_w} \cdot \frac{\Theta}{J \cdot k_{Cu}} \right) \quad (1-6)$$

In Gleichung (1-4) eingesetzt ergibt dies:

$$P_{Cu} = 2 \cdot J \cdot \Theta \cdot r_{Cu} \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_w \cdot J \cdot k_{Cu}} \right) \quad (1-7)$$

Fazit: Die Verlustleistung einer Spule lässt sich¹ nicht optimieren und hängt, bis auf den Füllfaktor, nur von der Geometrie derselben ab.
Tendenziell wird die Verlustleistung bei grösseren Drahtdurchmessern kleiner, da der Füllfaktor grösser wird. Auch sollte die Wickelhöhe möglichst gross sein.

¹ Bei konstanter Durchflutung und Stromdichte

1.4 Optimierung einer Spule bezüglich Grösse

Kann eine Spule bezüglich ihres Volumens optimiert werden? Um diese Frage zu beantworten, betrachten wir wiederum eine Rechteckspule und gehen davon aus, dass die Stromdichte, sowie die Durchflutung weiterhin konstant bleiben:

$$\Theta = I \cdot n = \text{const.} \quad \text{und} \quad J = \text{const.}$$

Das Volumen der Wicklung V_W berechnet sich zu:

$$V_W = A_W \cdot l_m = \underbrace{\frac{\Theta}{J \cdot k_{Cu}}}_{A_W} \cdot 2 \cdot \underbrace{\left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right)}_{l_m} \quad (1-8)$$

$$V_W = 2 \cdot \frac{\Theta}{J \cdot k_{Cu}} \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right) \quad (1-9)$$

Fazit: Um das Volumen einer Spule möglichst klein zu halten, gilt das gleiche wie für die Optimierung bezüglich Verlustleitung.

1.5 Optimierung einer Spule bezüglich Preis

Der Preis eines Kupferdrahtes wird in Fr. / kg angegeben. Nachfolgende Tabelle zeigt einen Preisvergleich bezüglich des Drahtdurchmessers.

d [mm]	Preis [Fr. / kg]
0,05	54.00
0,08	52.00
0,10	50.00
0,12	48.00
0,15	46.00
0,18	44.00
0,20	42.20

d [mm]	Preis [Fr. / kg]
0,25	40.00
0,30	37.50
0,35	37.00
0,40	36.50
0,50	35.20
0,60	34.00
0,70	33.60

Tab. 1-2 beinhaltet die Kilogrammpreise von lackisolierten Kupferdrähten (aus dem Farnellkatalog 2000)

Tendenziell wird der Kilogrammpreis mit zunehmendem Drahtdurchmesser kleiner.

Die Masse einer Spule soll nun analytisch berechnet werden. Dabei wird nur das effektive Kupfer berücksichtigt. Die Durchflutung sowie die Stromdichte soll weiterhin konstant bleiben:

$$\Theta = I \cdot n = \text{const.} \quad \text{und} \quad J = \text{const.}$$

Die Masse m_{Cu} berechnet sich mit:

$$m_{Cu} = \mathbf{r}_{mCu} \cdot V_{Cu} = \mathbf{r}_{mCu} \cdot \underbrace{n \cdot A_{Cu} \cdot l_m}_{V_{Cu}} = \mathbf{r}_{mCu} \cdot \underbrace{k_{Cu} \cdot A_W}_{n \cdot A_{Cu}} \cdot l_m = \mathbf{r}_{mCu} \cdot k_{Cu} \cdot \underbrace{V_W}_{A_W \cdot l_m} \quad (1-10)$$

$$\mathbf{r}_{mCu} = 8.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3: \text{ Dichte von Kupfer}$$

Das Volumen V_W einer Wicklung wurde berechnet (Gleichung (1-9)) und lässt sich in Gleichung (1-10) einsetzen:

$$m_{Cu} = \mathbf{r}_{mCu} \cdot k_{Cu} \cdot 2 \cdot \underbrace{\frac{\Theta}{J \cdot k_{Cu}} \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_w \cdot J \cdot k_{Cu}} \right)}_{V_W} \quad (1-11)$$

$$\boxed{\text{Kosten pro Spule} = 2 \cdot \mathbf{r}_{mCu} \cdot \frac{\Theta}{J} \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_w \cdot J \cdot k_{Cu}} \right) \cdot \text{Preis}} \quad (1-12)$$

Fazit: Die Masse einer Spule hängt fast nicht mehr vom Füllfaktor ab, sondern in erster Linie von der Geometrie des Wickelkörpers.
Der Kilogrammpreis wird mit zunehmendem Drahtdurchmesser kleiner.

1.6 Berechnung des Drahtwiderstandes

Der Widerstand des Kupferdrahtes soll nun allgemein berechnet werden:

$$R_{Cu} = \frac{r_{Cu}}{A_{Cu}} \cdot n \cdot l_m = \frac{r_{Cu}}{A_{Cu}} \cdot n \cdot 2 \cdot \underbrace{\left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right)}_{l_m} \quad (1-13)$$

$$R_{Cu} = \frac{r_{Cu}}{A_{Cu}} \cdot \underbrace{\frac{\Theta}{J \cdot A_{Cu}}}_{n=\frac{\Theta}{I}} \cdot 2 \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right) \quad (1-14)$$

$$R_{Cu} = 2 \cdot \underbrace{\frac{r_{Cu}}{d_{Cu}^4 \cdot p^2}}_{\frac{16}{A_{Cu}^2}} \cdot \frac{\Theta}{J} \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right)$$

$$R_{Cu} = 32 \cdot \frac{r_{Cu}}{d_{Cu}^4 \cdot p^2} \cdot \frac{\Theta}{J} \cdot \left(b_M + t_M + \frac{2 \cdot \Theta}{h_W \cdot J \cdot k_{Cu}} \right) \quad (1-15)$$

Fazit: Der Kupferwiderstand nimmt bei konstanter Durchflutung und Stromdichte, abgesehen vom Füllfaktor mit $1/d^4$ ab.

1.7 Schlussfolgerungen der Berechnungen

Welche *Windungszahl* man wählt hängt in erster Linie von dem gewählten *Strom* und der gewählten *Spannung* (also der Elektronik) ab. Diese sind statisch betrachtet über den *Kupferwiderstand* der entsprechenden Spule verknüpft. Tendenziell sollte man versuchen, eher einen grösseren Drahtdurchmesser zu verwenden, da dabei der Füllfaktor grösser und der Kilogrammpreis des Drahtes kleiner wird. Zu grosse Durchmesser sind jedoch schwieriger zu handhaben, da die Biegsamkeit kleiner wird.

1.8 Vorgehensschema zur Berechnung von Spulen

Untenstehend ist Blockdiagrammes enthalten. Dies sollte einem das Dimensionieren einer Spule erleichtern.

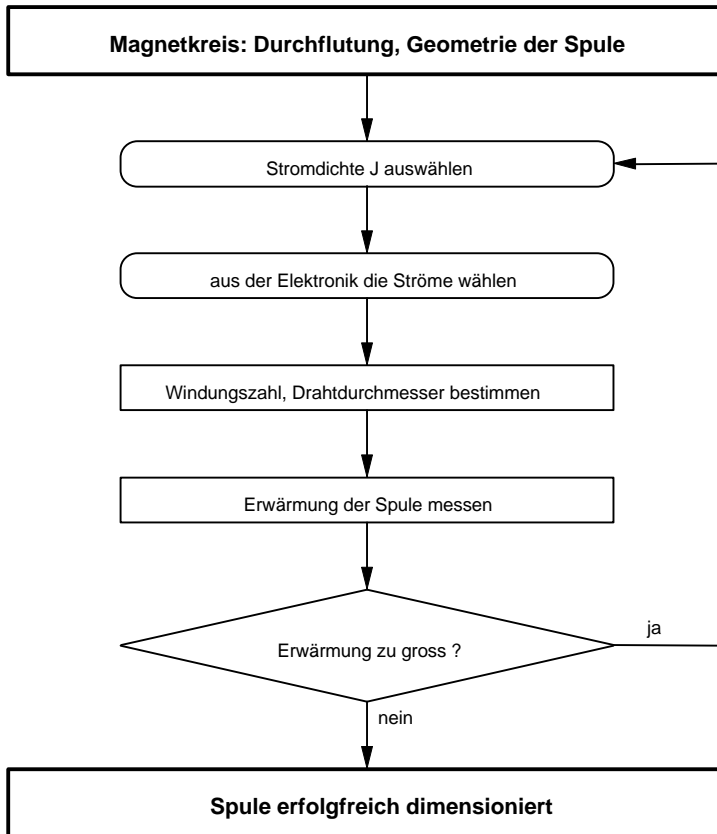


Fig. 1-3 Blockdiagramm für die Dimensionierung von Spulen

Mit dem MATLAB-File *spule.m* können die Werte einer rechteckförmig gewickelten Spule berechnet werden. Die Parameter der Geometrie, der Stromdichte, sowie der Durchflutung können verändert werden. Fig. 1-4 zeigt die berechneten Werte bei folgenden Parametern:

```

% Materialkonstanten (Kupfer):
ro_Cu=(1e-6/56); % spez. Leitwert [Ohm*m]

% Solldaten der Spule
phi=800; % Durchflutung [A] = n*I
J_Cu=5e6; % Stromdichte [A/m^2]

% Geometrie des Wickelkörpers
h_Sp=40e-3; % Wickelhöhe der Spule
b_M=10e-3; % Breite des Eisenkerns
t_M=20e-3; % Tiefe des Eisenkerns
  
```

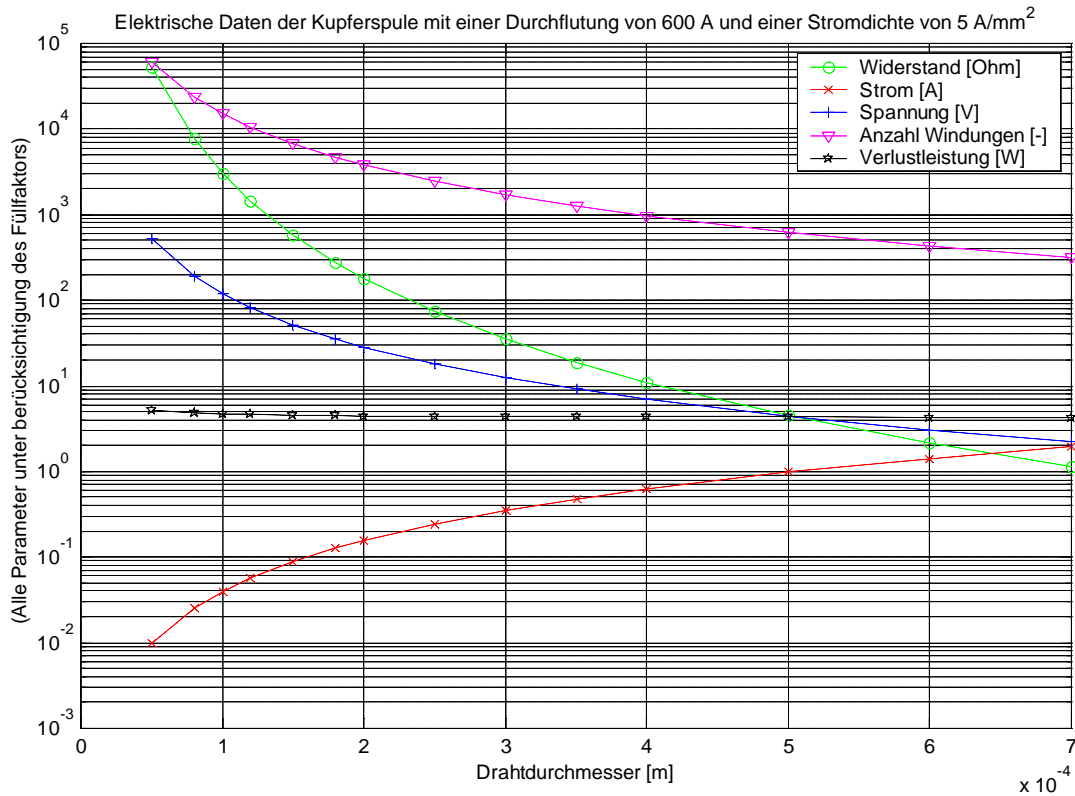



Fig. 1-4 Zeigt die berechneten Parameter der Spule in Funktion des Drahtdurchmessers bei $J=const.$ und $\Theta=const.$

In Fig. 1-5 ist der Füllfaktor von Kupfer graphisch dargestellt. Es macht keinen Sinn einen mathematischen Zusammenhang darin zu sehen - diese Werte sind rein empirisch gemessen und ausgemittelt worden.

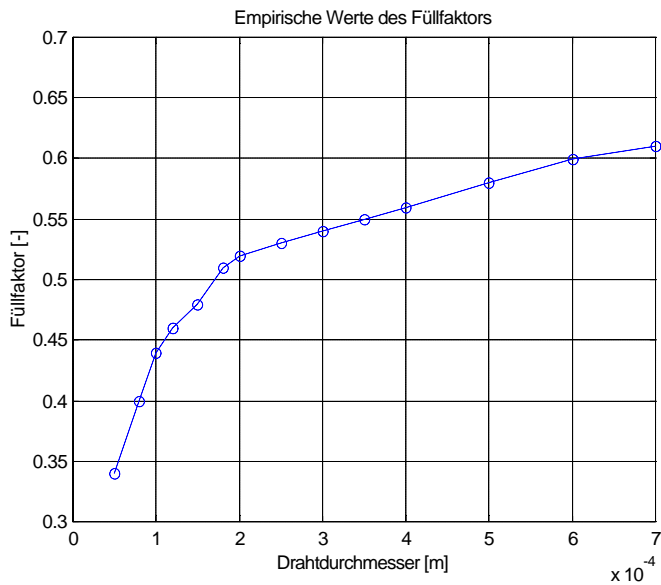


Fig. 1-5 Zeigt empirisch gefundene Werte für den Füllfaktor

2. BERECHNUNG DER SPULEN AN KONKRETEN BEISPIELEN

In all diesen Berechnungen wird von einer Durchflutung von 800 A und einer Stromdichte von 5 A / mm² ausgegangen. Die Höhe der Wicklung beträgt jeweils 40 mm.

2.1 Magnet der Grösse (30×30)mm²

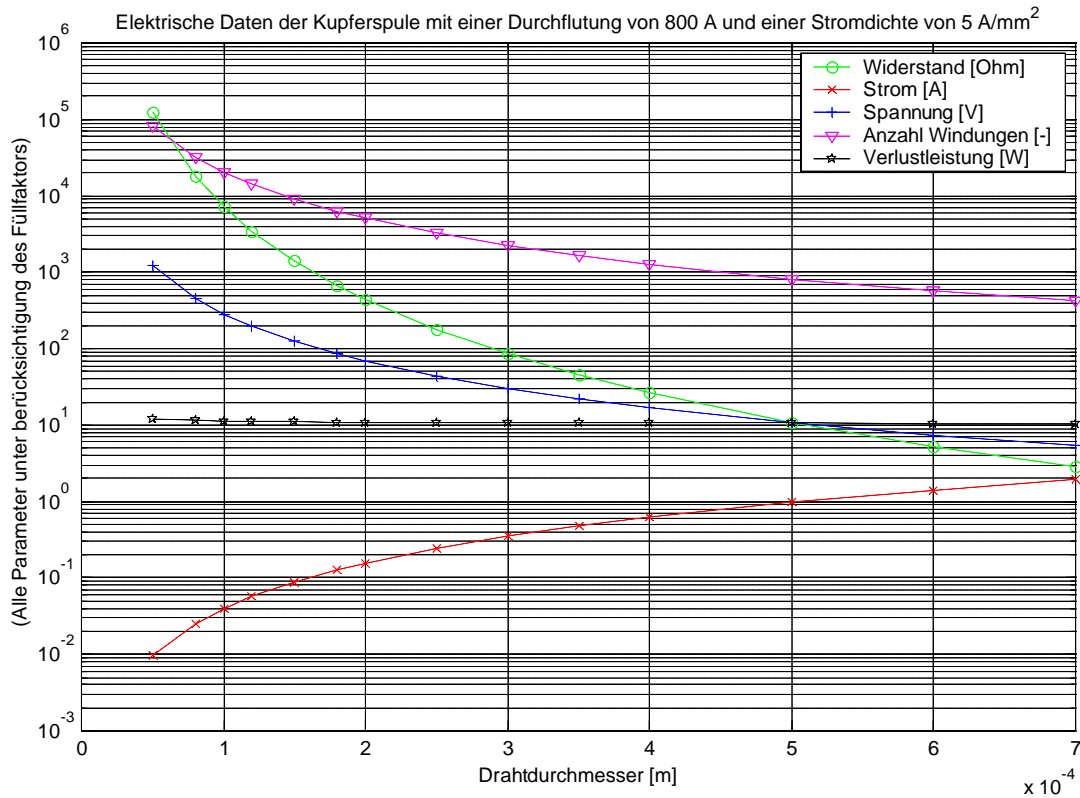


Fig. 2-1 Kennlinien der Wicklung mit einem Wickelkörper von (30·30)mm²

Folgende Daten wurden ermittelt:

Drahtdurchmesser	d _{Cu} [mm]	0.60
Ohmscher Widerstand	R _{Cu} [Ω]	5.24
Breite der Wicklung	b _{Sp} [mm]	6.7
Höhe der Wicklung	h _{Sp} [mm]	40
Anzahl Windungen	N [-]	566
Länge des Drahtes	l _{Cu} [m]	83.0
Strom durch Wicklung	I [A]	1.41
Verlustleistung der Wicklung (bei obigem Strom)	P [W]	10.48

Tab. 2-1 Zeigt die Kenndaten der Wicklung mit einem gewählten Drahtdurchmesser von 0.6mm

2.2 Magnet der Grösse (30×20)mm²

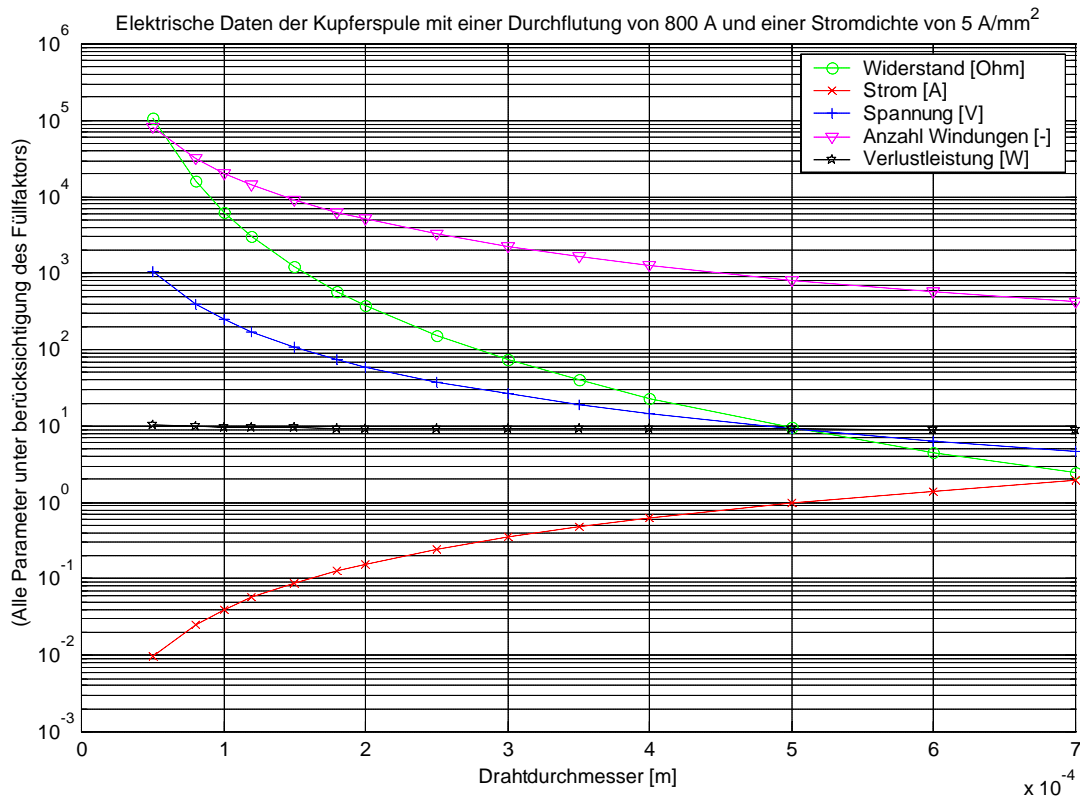


Fig. 2-2 Kennlinien der Wicklung mit einem Wickelkörper von (30·20)mm²

Folgende Daten wurden ermittelt:

Drahtdurchmesser	d_{Cu} [mm]	0.60
Ohmscher Widerstand	R_{Cu} [Ω]	4.53
Breite der Wicklung	b_{Sp} [mm]	6.7
Höhe der Wicklung	h_{Sp} [mm]	40
Anzahl Windungen	N [-]	566
Länge des Drahtes	l_{Cu} [m]	71.7
Strom durch Wicklung	I [A]	1.41
Verlustleistung der Wicklung (bei obigem Strom)	P [W]	9.05

Tab. 2-2 Zeigt die Kenndaten der Wicklung mit einem gewählten Drahtdurchmesser von 0.6mm

2.3 Magnet der Grösse (20×10)mm²

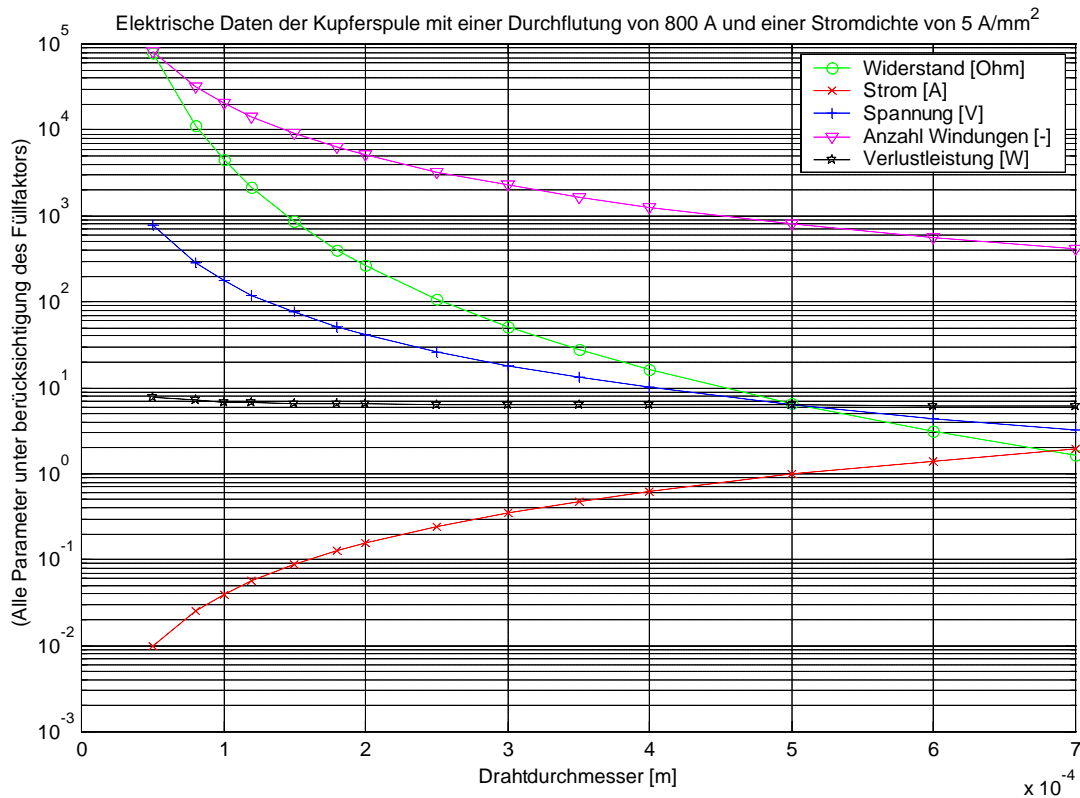


Fig. 2-3 Kennlinien der Wicklung mit einem Wickelkörper von (20·10)mm²

Folgende Daten wurden ermittelt:

Drahtdurchmesser	d_{Cu} [mm]	0.50
Ohmscher Widerstand	R_{Cu} [Ω]	6.49
Breite der Wicklung	b_{Sp} [mm]	6.9
Höhe der Wicklung	h_{Sp} [mm]	40
Anzahl Windungen	N [-]	815
Länge des Drahtes	l_{Cu} [m]	71.4
Strom durch Wicklung	I [A]	0.98
Verlustleistung der Wicklung (bei obigem Strom)	P [W]	6.26

Tab. 2-3 Zeigt die Kenndaten der Wicklung mit einem gewählten Drahtdurchmesser von 0.5mm

2.4 Skizze der Wicklung

von oben:

Perspektive:

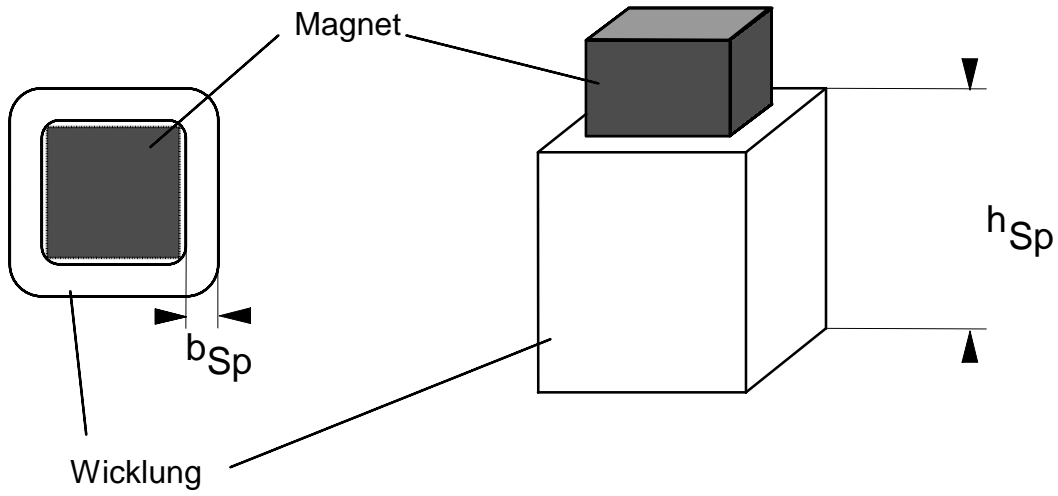


Fig. 2-4 Zeigt eine Skizze der Wicklung mit den wichtigsten Massen