GRUNDLAGENLABOR

CLASSIC

RC-GLIED

Inhalt:

1. EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG

In der Elektronik werden häufig Kombinationen aus RLC-Netzwerken als Filter eingesetzt. Vor allem in Verbindung mit EMV[1]-gerechten Schaltungsentwurf, kann man auf solche Filter nicht verzichten. Auch Schaltnetzteile beinhalten viele Spulen als „Stromglätter“ und Kondensatoren als „Spannungsglätter“.

Darum ist es wichtig, mit diesen wichtigen Komponenten der Elektrotechnik vertraut zu sein und ihre Eigenschaften genau zu kennen, um Schaltungen schnell entwerfen und analysieren zu können.

In diesem Versuch sollen diese Eigenschaften ausgemessen und vertieft werden.

Dieser Versuch hat folgende Zielsetzungen:

- Die passiven Grundelemente der Elektrotechnik zu verstehen
- Wichtige Kurvenformen mit RC-Gliedern im Zeitbereich kennen lernen
- Festigung der Theorie
- Benutzung des Kathodenstrahloszilloskops (KO)
- Benutzung des Signalgenerators
- Übung im Umgang mit den Messgeräten

2. THEORETISCHE AUFGABEN - VORBEREITUNG

2.1 Theoretische Grundlagen

Studieren Sie die Theoretischen Grundlagen im Anhang und lösen Sie Aufgaben dazu (Kap.2.2).

[1] EMV: **E**lektro**m**agnetische **V**erträglichkeit

2.2 Aufgaben

a) Berechnen und skizzieren Sie die Ausgangsspannung für jeweils zwei Perioden für eine Signalfrequenz von 200Hz und eine Signalfrequenz von 1kHz mit den Elementen R_1=10kΩ und C_1=100nF. Der Kondensator ist im Zeitpunkt t=0 entladen.

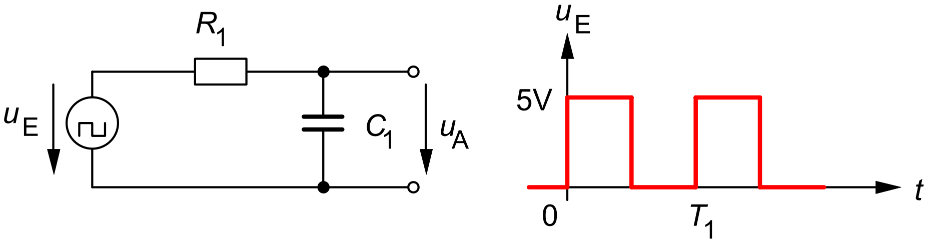


Fig. 2-1 Eingangssignal mit 50% Duty-Cycle (tein/T)

b) Vom Eingangssignal wird das Tastverhältnis (Duty-Cycle) von 50% auf 25% geändert. Wie sieht nun das Ausgangssignal aus (die Schaltung bleibt bestehen, der Kondensator ist im Zeitpunkt t=0 entladen)?

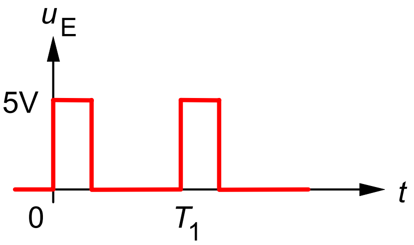


Fig. 2-2 Eingangssignal mit 25% Duty-Cycle

c) Zum Kondensator wird nun ein Widerstand parallel geschaltet. Berechnen und skizzieren Sie die Ausgangsspannung für jeweils zwei Perioden für eine Signalfrequenz von 200Hz und eine Signalfrequenz von 1kHz mit den Elementen R_1=10kΩ, R_2=10kΩ und C_1=100nF. Der Kondensator ist im Zeitpunkt t=0 entladen.

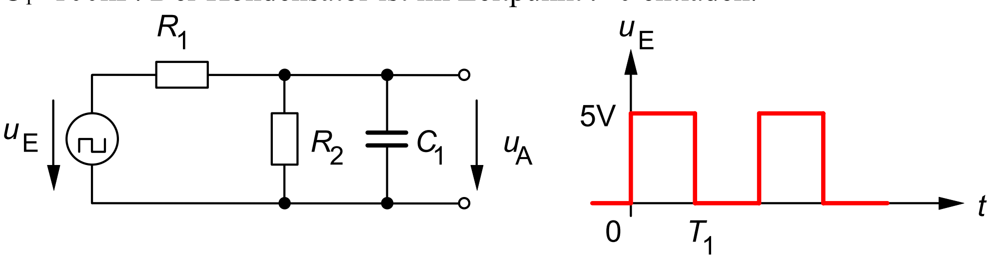


Fig. 2-3 Eingangssignal mit 50% Duty-Cycle und Widerstand parallel zum Kondensator

d) Der verwendete Signalgenerator hat einen Innenwiderstand von 50Ω. Welchen Einfluss hat dieser Innenwiderstand auf die Zeitkonstante des RC-Glieds.

3. PRAKTISCHE MESSAUFGABEN

3.1 Transientes Verhalten von RC-Netz

Bauen Sie die Schaltung gemäss Fig. 3-1 auf mit den Elementen R_1=10kΩ und C_1=100nF.

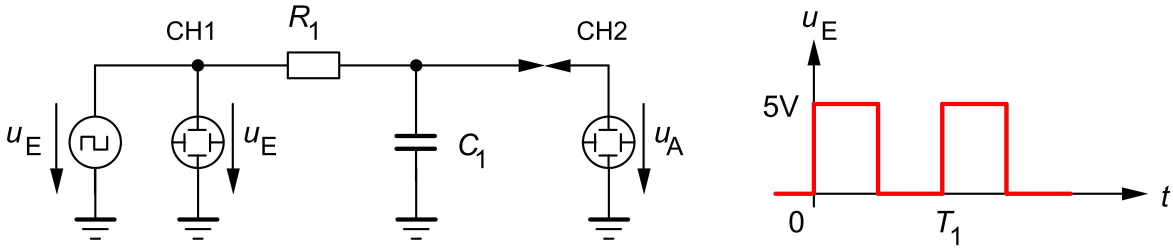


Fig. 3-1 Rechtecksignal mit 50% Duty-Cycle

a) Untersuchen Sie die Auf- und Entladekurve (Spannungsverlauf) mit dem KO, indem sie die Periodendauer $T_1 >> \tau$ wählen. Zeichnen Sie die Verläufe auf.

b) Überlegen Sie sich, wie man den Strom durch den Kondensator messen kann und untersuchen Sie auch hier die Auf- und Entladekurve (Stromverlauf).

3.2 RC-Netzwerk an periodischem Rechtecksignal

Bauen Sie die Schaltungen von den Theoretischen Aufgaben (Kap. 2.2) auf und überprüfen Sie die Rechnungen mit Messungen.

3.3 RC-Netzwerk an harmonischem Signal (Sinus)

Die Werte der Elementen bleibt erhalten (R_1=10kΩ und C_1=100nF).

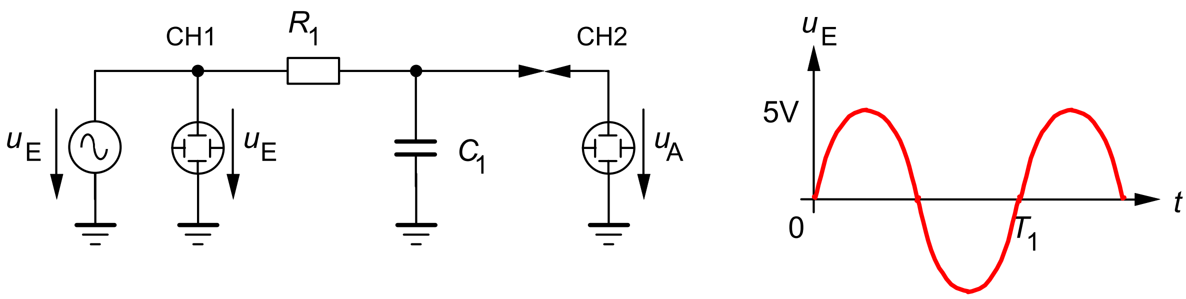


Fig. 3-2 Sinussignal

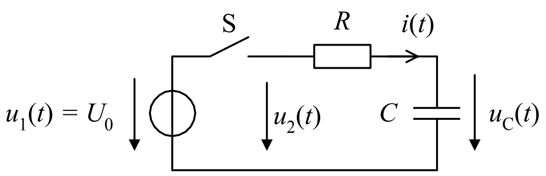
a) Messen Sie die Phasenverschiebung wie auch die Abschwächung zwischen dem Ausgangssignal und dem Eingangssignal, indem Sie die Eingangsfrequenz in Vernünftigem Masse ändern. Skizzieren Sie die Phasenverschiebung (linearer Masstab) und die Abschwächung (linearer und logarithmischer Masstab) in Funktion der Frequenz.

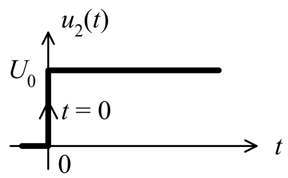
b) Schalten Sie den KO in den xy-Bertrieb und variieren Sie die Frequenz. Was kann man ablesen, was erkennt man und wie ist das erklärbar?

ANHANG: EIN- UND AUSSCHALTVORGÄNGE[2]

Bei den bisherigen Beispielen mit RLC-Netzwerken war entweder der Strom- oder der Spannungsverlauf vorgegeben. Im allgemeinen Fall sind der zeitliche Strom- und Spannungsverlauf unbekannte Grössen. Stellt man für ein beliebiges RLC-Netzwerk z.B. die Maschengleichung auf und setzt die „ohmschen Gesetze" ein, so resultiert eine sogenannte *Differentialgleichung* (DGL). Die Lösung der DGL (zusammen mit den Anfangsbedingungen) beschreibt dann die gesuchte Grösse, nämlich die zeitabhängige Spannung (oder den zeitabhängigen Strom). Die mathematischen Voraussetzungen zur Behandlung von Netzwerken im Zeitbereich sind also Kenntnisse von Differentialgleichungen und Methoden zur Lösung derselben. Die folgenden Kapitel sind beschränkt auf „Ein- und Ausschaltvorgänge" an RC- oder RL-Netzwerken, bei denen die Lösungsfunktionen der DGL's von der gleichen Struktur sind (Exponentialfunktionen).

Als einführendes Beispiel wird der **Aufladevorgang eines Kondensators** untersucht. Figur A- 1 zeigt das RC-Netzwerk und die angelegte Spannung $u_1(t)$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geschlossen; d.h. für $t \geq = 0$ gilt $u_2(t) = u_1(t)$. Der Kondensator ist ungeladen ($u_C(t<0)=0$).





Figur A- 1: Aufladen eines Kondensators: Schalter S wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen

Wie sehen die zeitlichen Verläufe von Kondensatorspannung $u_C(t)$ und Strom $i(t)$ aus? Mit dem Maschensatz ergibt sich (**nach** dem Schliessen des Schalters):

$$-u_2(t) + i(t) \cdot R + u_C(t) = 0$$

mit $u_2(t) = U_0$ und $i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = C \cdot \dot{u}_C(t)$ erhält man:

$$\boxed{R \cdot C \cdot \dot{u}_C(t) + u_C(t) = U_0, \qquad u_C(0) = 0} \tag{1}$$

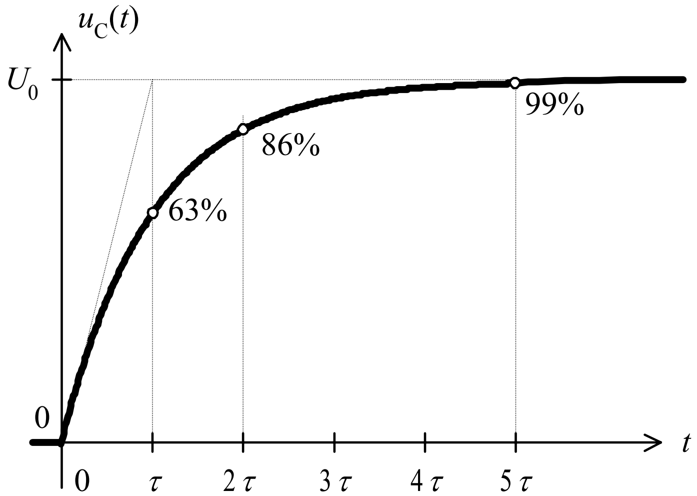
Gleichung (1) ist die zu Figur A- 1 zugehörige **Differentialgleichung**; die Lösung der DGL beschreibt dann den Verlauf der Kondensatorspannung $u_C(t)$.

[2] Quelle: Skript Allgemeine Elektrotechnik, Version 23.06.2005, Peter Niklaus, FHNW

Ohne weitere mathematische Vertiefung der „DGL-Theorie“ wird jetzt die Lösung von (1) angegeben:

$$\boxed{u_\mathrm{C}(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad \text{mit} \quad \tau = R \cdot C} \tag{2}$$

Durch Einsetzen von (2) in (1) kann die Gültigkeit der Lösung verifiziert werden. Gleichung (2) ist der „klassische Spannungsverlauf“ („Ladekurve“) für die Aufladung eines Kondensators und wird nun ausführlich diskutiert. Das Produkt $\tau = RC$ bezeichnet man als Zeitkonstante der Schaltung (siehe auch Figur A- 1). Figur A- 2 zeigt den Spannungsverlauf am Kondensator.



$u_\mathrm{C}(t = -0) = 0$

$u_\mathrm{C}(t = +0) = 0$

$u_\mathrm{C}(t = 1\cdot\tau) \approx 0.63\cdot U_0$

$u_\mathrm{C}(t = 2\cdot\tau) \approx 0.86\cdot U_0$

$u_\mathrm{C}(t = 3\cdot\tau) \approx 0.95\cdot U_0$

$u_\mathrm{C}(t = 5\cdot\tau) \approx 0.99\cdot U_0$

$u_\mathrm{C}(t \to \infty) = U_0$

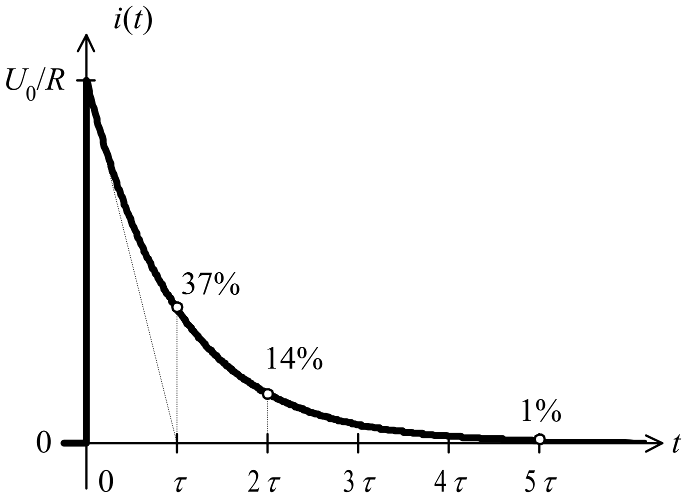
$$u_\mathrm{C}(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad \tau = RC$$

Figur A- 2: Aufladen eines Kondensators: Spannungsverlauf und markante Werte

Die Anfangssteigung der Kurve (bei $t = 0$) kann mit dem Abtragen der Zeitkonstanten τ konstruiert werden (siehe Figur). Markante Punkte sind z.B. **63%** vom Endwert nach **einer** Zeitkonstanten und **99%** vom Endwert nach **fünf** Zeitkonstanten (Kondensator ist „praktisch“ geladen). Die Gleichung (2) zusammen mit der Figur A- 2 sind von elementarer Bedeutung und müssen jederzeit abrufbereit sein.

Der Strom $i(t)$ kann berechnet werden mit $i(t) = C \cdot \dot{u}_C(t)$, oder $i(t) = \dfrac{U_0 - u_C(t)}{R}$ (siehe auch Figur A- 1). Für den Strom ergibt sich damit (3). Figur A- 3 zeigt den typischen Stromverlauf.

$$\boxed{i(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}, \quad \text{mit} \quad \tau = R \cdot C} \qquad (3)$$



$i(t = -0) = 0$

$i(t = +0) = U_0/R$

$i(t = 1 \cdot \tau) \approx 0.37 \cdot U_0/R$

$i(t = 2 \cdot \tau) \approx 0.14 \cdot U_0/R$

$i(t = 3 \cdot \tau) \approx 0.05 \cdot U_0/R$

$i(t = 5 \cdot \tau) \approx 0.01 \cdot U_0/R$

$i(t \rightarrow \infty) = 0$

Figur A- 3: Aufladen eines Kondensators: Stromverlauf und markante Werte

Auch hier kann die Anfangssteigung der Kurve (bei $t = +0$) mit dem Abtragen der Zeitkonstanten τ konstruiert werden (siehe Figur). Markante Punkte sind z.B. **37%** vom Anfangswert nach **einer** Zeitkonstanten und **1%** vom Anfangswert nach **fünf** Zeitkonstanten (Kondensator ist „praktisch" geladen, es fliesst „kein Strom" mehr). Die Gleichung (3) zusammen mit der Figur A- 3 sind wiederum grundlegend und wichtig.

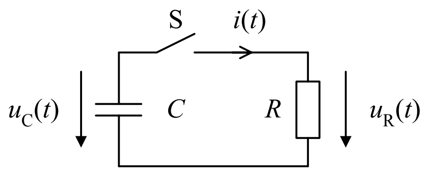
Betrachtet man den Spannungs- und Stromverlauf am Kondensator (Figur A- 2 und Figur A- 3), so sind folgende Besonderheiten festzuhalten:

- Die Spannung am Kondensator springt nicht!

- Für $t = 0$ wirkt der Kondensator wie ein Kurzschluss ($u_C = 0$)

- Für $t = 0$ fällt die ganze Spannung über dem Widerstand ab, und somit ist $i(t=0) = U_0/R$

Als zweites Beispiel wird der **<u>Entladevorgang eines Kondensators</u>** untersucht. Ein anfänglich geladener Kondensator wird über einen Widerstand entladen. Figur A- 4 zeigt das RC-Netzwerk mit der Anfangsspannung U_0 des Kondensators. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S geschlossen; d.h. für $t \geq = 0$ gilt $u_R(t) = u_C(t)$.



mit $u_C(t < 0) = U_0$ (anfänglich geladener Kondensator)

Figur A- 4: Entladen eines Kondensators: Schalter S wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen

Mit dem Maschensatz ergibt sich (**nach** dem Schliessen des Schalters):

$$u_C(t) - u_R(t) = 0$$

mit $u_R(t) = R \cdot i(t)$ und $i(t) = -C \cdot \dfrac{du_C(t)}{dt} = -C \cdot \dot{u}_C(t)$ erhält man (Zählpfeile beachten!):

$$\boxed{u_C(t) + R \cdot C \cdot \dot{u}_C(t) = 0, \qquad u_C(0) = U_0} \tag{4}$$

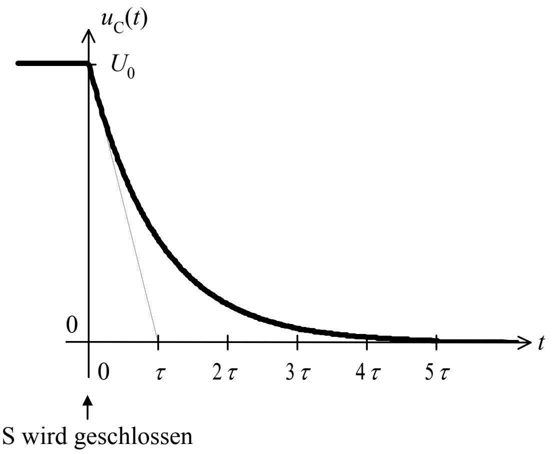
Gleichung (4) ist die zu Figur A- 4 zugehörige **Differentialgleichung**; die Lösung der DGL beschreibt dann den Verlauf der Kondensatorspannung $u_C(t)$. Auch hier wird die Lösung von (4) angegeben (ohne Herleitung):

$$\boxed{u_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}, \quad \text{mit} \quad \tau = R \cdot C} \tag{5}$$

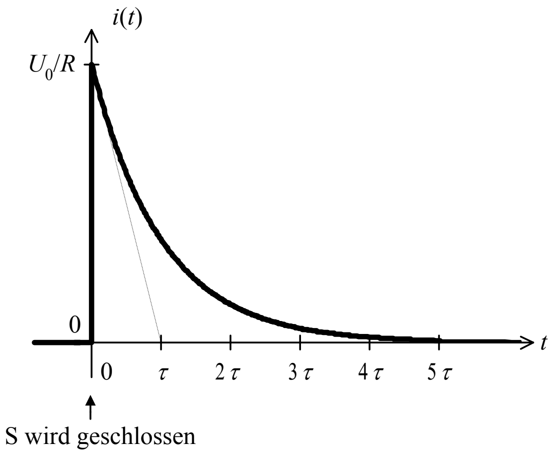
Durch Einsetzen von (5) in (4) kann die Gültigkeit der Lösung verifiziert werden. Gleichung (5) ist der Spannungsverlauf für die Entladung eines Kondensators („Entladekurve“). Das Produkt $\tau = RC$ ist wieder die Zeitkonstante der Schaltung (siehe auch Figur A- 4). Mit $i(t) = u_R(t)/R = u_C(t)/R$ erhält man für den Strom:

$$\boxed{i(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}, \quad \text{mit} \quad \tau = R \cdot C} \tag{6}$$

Spannungs- und Stromverlauf für die Kondensatorentladung sind in folgenden beiden Figuren dargestellt.



Figur A- 5: Kondensatorentladung: Spannungsverlauf



Figur A- 6: Kondensatorentladung: Stromverlauf

Vergleicht man die „Aufladung“ mit der „Entladung“ des Kondensators, so sind folgende Bemerkungen angebracht:

- Der Stromverlauf ist für beide Fälle identisch (Richtung hat geändert!)

- Die Spannung am Kondensator springt nicht

- Alle Lösungsfunktionen für Strom und Spannung enthalten die Exponentialfunktion

Für transientes Verhalten (Ein- und Ausschaltvorgänge) in RC-Netzwerken (und RL-Netzwerken) ist die **Exponentialfunktion** von äusserster Wichtigkeit, da sie den „Kern“ der Lösungsfunktionen für Strom und Spannung bildet.